

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase/Sektorenphase der Hauptstadt Bucharest, 2026****VII-te Klasse**

Aufgabe 1. Bestimmt die reellen Zahlen x , für welche $\{x\} - \{2026 \cdot x\} = x$ gilt.
(Die Bezeichnung $\{a\}$ bedeutet der Bruchteil der reellen Zahl a .)

Aufgabe 2. a) Zeigt, dass es von Null verschiedene natürliche Zahlen a und b gibt, für welche die Zahl $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$ rational ist.

b) Welche ist die kleinste von Null verschiedene natürliche Zahl b , für welche es eine natürliche Zahl a gibt, so dass $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$ eine rationale Zahl ist?

Gazeta Matematică

Aufgabe 3. Wir betrachten das Dreieck ABC mit $AB = AC = 2 \cdot BC$. Die Senkrechte durch den Punkt C auf der Gerade AC schneidet die Mittelsenkrechte der Strecke AB in dem Punkt D . Es sei M der Mittelpunkt der Strecke AD , N der Mittelpunkt der Strecke AB und P der Schnittpunkt der Geraden BM und DN .

a) Beweist, dass $PC \perp CB$.

b) Beweist, dass $DC = 2 \cdot PC$.

Aufgabe 4. Wir betrachten das rechtwinklige gleichschenklige Dreieck ABC und bezeichnen mit M den Mittelpunkt der Hypotenuse AC , mit N den Mittelpunkt der Strecke CM , mit P den Fußpunkt der Senkrechten aus M auf BN , mit E den Fußpunkt der Senkrechten aus A auf BN und mit R den Fußpunkt der Senkrechten aus M auf AE .

Zeigt, dass R der Schwerpunkt des Dreiecks ABP ist.

Arbeitszeit 3 Stunden.

Jede Aufgabe wird mit 22,5 Punkte bewertet.